УДК 519.216

МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ ВРЕМЕННЫХ И ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АВИАЦИОННЫХ СРЕДСТВ И СРЕДСТВ ПРОТИВОВОЗДУШНОЙ ОБОРОНЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Давыдов Я.М., Андреева Н.Ю.

Филиал ФГБОУ ВПО «Московский государственный индустриальный университет», Сергиев Посад, e-mail: gukova33@rambler.ru

Целью данной работы является разработка методики оценки влияния временных и точностных характеристик системы противовоздушной обороны (ПВО) и авиационных средств на эффективность их применения. В качестве основного критерия эффективности применения этих средств является вероятность нанесения огневого удара по цели, а также вероятность поражения цели боевыми снарядами. Сложной задачей в разработке данной методики является обоснование закона распределения времени от момента входа авиационного средства в зону противовоздушной обороны до момента окончания применения им огневых средств, а также определение совместного закона распределения времени от момента обнаружения самолета до окончания бомбометания и времени его поражения средствами противоракетной обороны. Согласно разработанной методике, были проведены расчеты, позволяющие определить влияние характеристик авиационных средств и средств противовоздушной обороны на вероятность выполнения боевой задачи. В качестве исходных данных при проведении расчетов принимались виды законов времени от момента входа самолета в зону противовоздушной обороны и до момента окончания применения самолетом огневых средств, а также параметры этих законов. В качестве характеристик системы противовоздушной обороны принималось время, через которое будет поражен самолет огневыми средствами противовоздушной обороны с момента его обнаружения радиолокационной системой. При этом пересчет параметров равномерного и нормального законов распределения проводился через параметр λ показательного закона. На основании этой методики представляется возможность обосновать требования к некоторым техническим характеристикам как авиационных средств, так и к средствам противовоздушной обороны.

Ключевые слова: временные и точностные характеристики, вероятность нанесения огневого удара по цели, законы распределения, авиационные и огневые средства

METHODS OF EVALUATION OF TIME AND ACCURACY CHARACTERISTICS OF AIR ASSETS AND AIR DEFENSE ON EFFICIENCY OF THEIR USE

Davydov Y.M., Andreeva N.Y.

Branch «Moscow State Industrial University», Sergiev Posad, e-mail: gukova33@rambler.ru

The aim of this work is to develop methodology for assessing the influence of time and accuracy characteristics of the air defense system and air assets on the effectiveness of their use. The main criterion for the effectiveness of these resources is the likelihood of fire hitting the target, and the probability of hitting the target with ammunition. The challenge in the development of this technique is the justification of the distribution of time from the entrance of air assets in the area of defense until the end of his use of weapons, as well as the definition of the distribution share of time from detection of the aircraft until the end of the bombing and the time of its defeat by the missile defense systems. According to the developed methodology, calculations were made, which made it possible to determine the influence of the air assets characteristics and air defense systems on the likelihood of the combat mission. The initial data for the calculations include the laws of time, which served as parameters in analyzing the amount of time between a plane's entrance into an air defense zone, its detection by radar, and the end of the overall attack. In this case, conversion of uniform and normal distribution of the parameters was carried out by an exponential law.On the basis of this method, it's possible to justify the need for several technical features on air assets, and the means of defense.

Keywords: time and accuracy characteristics, likelihood of fire hitting the target, the laws of distribution, aircraft and weapon systems

В решении задач военных конфликтов последнего десятилетия и учитывая перспективы их развития в начале XXI века авиационные средства занимают важное место, а иногда оказывают определяющее влияние на формирование характера вооруженной борьбы. Под влиянием развития средств военной авиации совершенствовались формы и способы боевого применения средств воздушного нападения, изменялась тактика действий авиационных группировок, появлялись новые стратегические приемы для подавления системы ПВО и нанесения ударов по различным наземным объектам.

Разрабатываемая методика позволяет оценить влияние характеристик системы противовоздушной обороны и авиационных средств на эффективность их применения, учитывая такие факторы, как скорость применения огневых средств и оперативность действия системы противовоздушной обороны. При этом нанесение удара по цели авиационными средствами рассматривается как поток событий. Под событием в этом потоке понимается появление самолета в

области действия радиолокационной системы противника и применение им огневых средств. Теоретической основой разрабатываемой методики является теория потока случайных событий и законы распределения случайных величин.

Модель нанесения авиационного удара

Боевое применение авиационных средств в условиях противовоздушной обороны можно условно разбить на два этапа. На первом этапе осуществляется обнаружение радиолокационной системы самолета. На втором этапе, если произошло обнаружение, осуществляется удар по авиационному средству ракетами противовоздушной обороны. Если удар по цели осуществляется группой самолетов, то его следует рассматривать как поток событий. При этом под событием следует понимать появление самолета в зоне действия противовоздушной обороны до момента окончание применения им огневых средств.

Характер нанесения авиационного удара представлен на рис. 1.

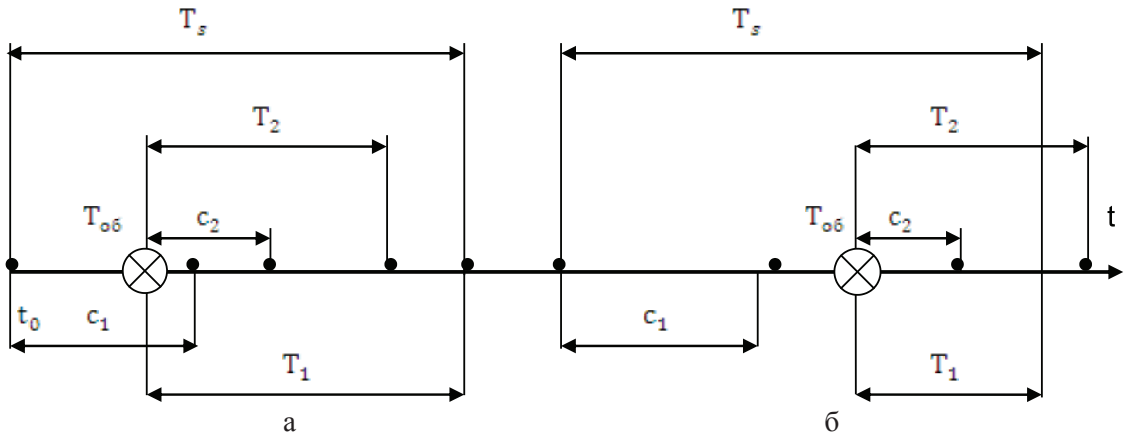

Рис. 1. Временная модель нанесения авиационного удара:
а – условие поражения самолета средствами ПВО; б – условие преодоления самолетом зоны ПВО

На схеме приняты следующие обозначения:

t_0 – момент времени, начиная с которого самолет может быть обнаружен средствами противовоздушной обороны противника; T_S – время с момента появления самолета в зоне противовоздушной обороны до окончания применения им огневых средств; $T_{об}$ – момент обнаружения авиационного средства радиолокационной станцией противника; T_1 – время от момента обнаружения самолета до окончания применения им огневых средств; T_2 – время, через которое будет поражен самолет после его обнаружения; c_1 – время от момента входа самолета в зону противовоздушной обороны до начала нанесения огневого удара по цели; c_2 – время от момента обнаружения самолета до начала его поражения средствами противовоздушной обороны. Если $T_2 > T_1$, то считается, что самолет преодолел зону противовоздушной обороны.

Из модели нанесения авиационного удара в условиях противовоздушной обороны следует, что теоретической основой разрабатываемой методики являются законы распределения случайных величин и теория потоков событий.

Определение вероятности нанесения огневого удара

Разрабатываемая методика позволяет оценить влияние характеристик системы ПВО и авиационных средств на эффективность их применения. Одним из основных критериев эффективности применения этих средств является вероятность нанесения огневого удара.

Исходя из анализа модели нанесения авиационного удара в условиях действия противовоздушной обороны, боевое применение огневых средств можно условно разделить на два этапа. На первом этапе осуществляется обнаружение радиолокационной станцией самолета. На втором этапе осуществляется удар по этому средству ракетами противовоздушной обороны противника. Время от момента обнаружения самолета до его поражения может быть задано как детерминированная величина, а также как случайная, распределенная по некоторому закону.

При разработке методики рассматривались следующие комбинации законов распределения времени применения огневых средств и времени поражения самолета

средствами ПВО, T_S – время от момента появления самолета в зоне противовоздушной обороны противника до окончания применения им огневых средств, T_2 – время, через которое будет поражен самолет после его обнаружения.

1) T_S распределено по показательному закону, T_2 – также по показательному.

2) T_S распределено по показательному закону, T_2 – по равномерному.

3) T_S распределено по показательному закону, T_2 – по нормальному.

4) T_S распределено по равномерному закону, T_2 – по показательному.

5) T_S распределено по равномерному закону, T_2 – также по равномерному.

6) T_S распределено по равномерному закону, T_2 – по нормальному.

7) T_S распределено по нормальному закону, T_2 – по показательному.

8) T_S распределено по нормальному закону, T_2 – по равномерному.

9) T_S распределено по нормальному закону, T_2 – также по нормальному.

Рассмотрим основные положения разрабатываемой методики для определения вероятности нанесения огневого удара на примере первого варианта расчета. Время от момента обнаружения самолета системой противовоздушной обороной до момента его поражения задаем как случайную величину, распределенную по показательному закону. Закон распределения времени от момента обнаружения самолета до окончания применения им огневых средств определяется как для времени от случайной точки θ до очередного события в потоке по формуле

$$f_1(t_1) = \frac{1 - F(t_S)}{m_{ts}},$$

где $F(t_S)$ – функция распределения времени от момента входа самолета в зону ПВО до окончания применения им огневых средств; m_{ts} – математическое ожидание этого времени.

Общий подход к определению вероятности нанесения огневого удара заключается в следующем: так как рассматриваются условия, при которых время применения огневых средств и время поражения самолета случайно, то для определения вероятности преодоления самолетом зоны действия ПВО противника необходимо определить закон распределения времени $T = T_2 - T_1$. При этом, если $T > 0$, то считается, что авиационное средство успешно преодолело зону ПВО. При определении функции распределения случайной величины $T = T_2 - T_1$ следует учитывать как вид плотности распределения $f(t_1, t_2)$, так и вид формы области интегрирования. Так как плотность распределения времени от момента обнаружения самолета до его поражения $f_2(t_2) = 0$ при $0 \le t_2 < c_2$, то совместная плотность распределения $f(t_1, t_2)$ будет также равна нулю на этом интервале. Также необходимо учесть, что плотность распределения $f(t_1)$ имеет различные выражения на интервалах $(0, c_1)$ и (c_1, ∞).

Линия $t_2 = t_1 + t$, проходящая через характерные точки (c_1, c_2) и $(0, c_2)$, делит плоскость Ot_1t_2 на три области интегрирования плотности $f(t_1, t_2)$, в которых функция распределения $F(t) = P(k, t)$ определяется по различным формулам. Эти области на рис. 2 имеют различную штриховку.

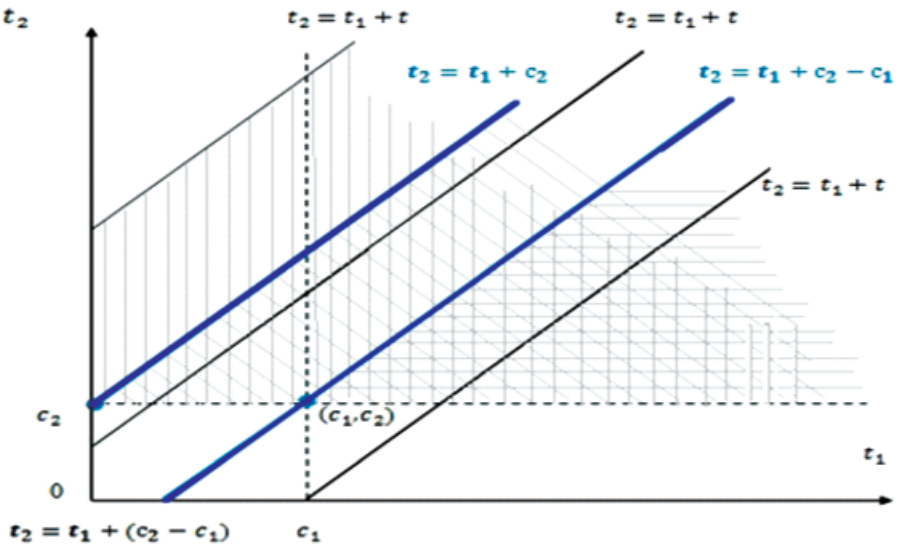

Рис. 2. Области интегрирования плотности $f(t_1, t_2)$

Рассмотрим подробно методику определения закона распределения случайной величины $t = t_2 - t_1$ на всех трех областях при разных значениях t.

1) при $t < c_2 - c_1$. Для того чтобы определить закон распределения $F(t)$, необходимо проинтегрировать плотность распределения $f(t_1, t_2)$ по t_2 и по t_1. Область интегрирования в этом случае представляет собой бесконечный треугольник, ограниченный линиями уравнений $t_2 = c_2$ и $t_2 = t_1 + t$, с вершиной в точке $(c_2 - t, c_2)$. Соответственно пределы интегрирования будут $(c_2, t_1 + t)$ по t_2 и $(c_2 - t, \infty)$ по t_1. Функция распределения случайной величины $F(t)$ примет вид:

$$F(t) = \int_{c_{2-t}}^{\infty} dt_1 \int_{c_2}^{t_1+t} \frac{e^{-\lambda_1(t_1-c_1)}}{c_1 + \frac{1}{\lambda_1}} \lambda_2 e^{-\lambda_2(t_2-c_2)} dt_2.$$

2) при $c_2 - c_1 \le t < c_2$. Область интегрирования в этом случае представляет собой бесконечный треугольник, ограниченный линиями уравнений $t_2 = c_2$ и $t_2 = t_1 + t$, для того, чтобы провести интегрирование аналитически, разобьем эту область на две по линии уравнения $t_1 = c_1$. Получаем треугольник, ограниченный линиями уравнений $t_1 = c_1$, $t_2 = c_2$ и $t_2 = t_1 + t$, и бесконечную трапецию с вершинами в точках (c_1, c_2) и $(c_1, c_1 + t)$. Пределы интегрирования для треугольника: $(c_2, t_1 + t)$ по t_2 и $(c_2 - t, c_1)$ по t_1, для трапеции: $(c_2, t_1 + t)$ по t_2 и (c_1, ∞) по t_1. С учетом проведенного анализа области интегрирования функция распределения случайной величины $F(t)$ при $c_2 - c_1 \le t < c_2$ примет вид:

$$F(t) = \int_{c_{2-t}}^{c_1} dt_1 \int_{c_2}^{t_1+t} \frac{1}{c_1 + \frac{1}{\lambda_1}} \lambda_2 e^{-\lambda_2(t_2-c_2)} dt_2 + \int_{c_1}^{\infty} dt_1 \int_{c_2}^{t_1+t} \frac{e^{-\lambda_1(t_1-c_1)}}{c_1 + \frac{1}{\lambda_1}} \lambda_2 e^{-\lambda_2(t_2-c_2)} dt_2.$$

3) при $t > c_2$. При данных значениях t область интегрирования представляет собой трапецию, ограниченную линиями уравнений $t_1 = 0$;, $t_1 = c_1$; $t_2 = c_2$; и $t_2 = t_1 + t$, и бесконечную трапецию с вершинами в точках (c_1, c_2) и $(c_1, c_2 + t)$. Функцию распределения случайной величины $F(t)$ будем определять по формуле:

$$F(t) = \int_{0}^{c_1} dt_1 \int_{c_2}^{t_1+t} \frac{1}{c_1 + \frac{1}{\lambda_1}} \lambda_2 e^{-\lambda_2(t_2-c_2)} dt_2 + \int_{c_1}^{\infty} dt_1 \int_{c_2}^{t_1+t} \frac{e^{-\lambda_1(t_1-c_1)}}{c_1 + \frac{1}{\lambda_1}} \lambda_2 e^{-\lambda_2(t_2-c_2)} dt_2.$$

Решая эти интегралы в явном виде по заданным областям, получим формулу для определения функции распределения случайной величины $t = t_2 - t_1$ на заданных интервалах. Для того чтобы определить вероятность выполнения боевой задачи, то есть вероятность того, что авиационное средство закончит применение огневых средств до момента его поражения, необходимо воспользоваться формулами:

$$P(t_2 - t_1 > 0) = 1 - F(0).$$

Получим выражение для определения вероятности выполнения боевой задачи для комбинации показательных законов:

$$P(t > 0) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\lambda_2 e^{-\lambda_1(c_2-c_1)}}{(\lambda_2 + \lambda_1)(\lambda_1 c_1 + 1)} & \text{при} \quad c_2 > c_1 > 0 \\ \dfrac{-\lambda_1 e^{-\lambda_2(c_1-c_2)}}{\lambda_2(\lambda_2 + \lambda_1)\left(c_1 + \frac{1}{\lambda_1}\right)} + \dfrac{\left(c_2 + \frac{1}{\lambda_2}\right)}{\left(c_1 + \frac{1}{\lambda_1}\right)} & \text{при} \quad c_1 \ge c_2 \ge 0 \end{cases}$$

Аналогично находятся законы распределения и соответственно вероятности нанесения огневого удара для других возможных комбинаций законов распределения с соответствующими плотностями распределения и их характеристиками.

В среде программирования Delphi разработана программа, где в качестве исход-

ных данных задаются параметры вышеуказанных законов распределения времени от момента входа авиационного средства в зону противовоздушной обороны до момента окончания применения им огневых средств, а также времени от момента обнаружения самолета радиолокационной станцией до его поражения ракетами противовоздушной обороны противника. Результат работы программы представлен на рис. 3.

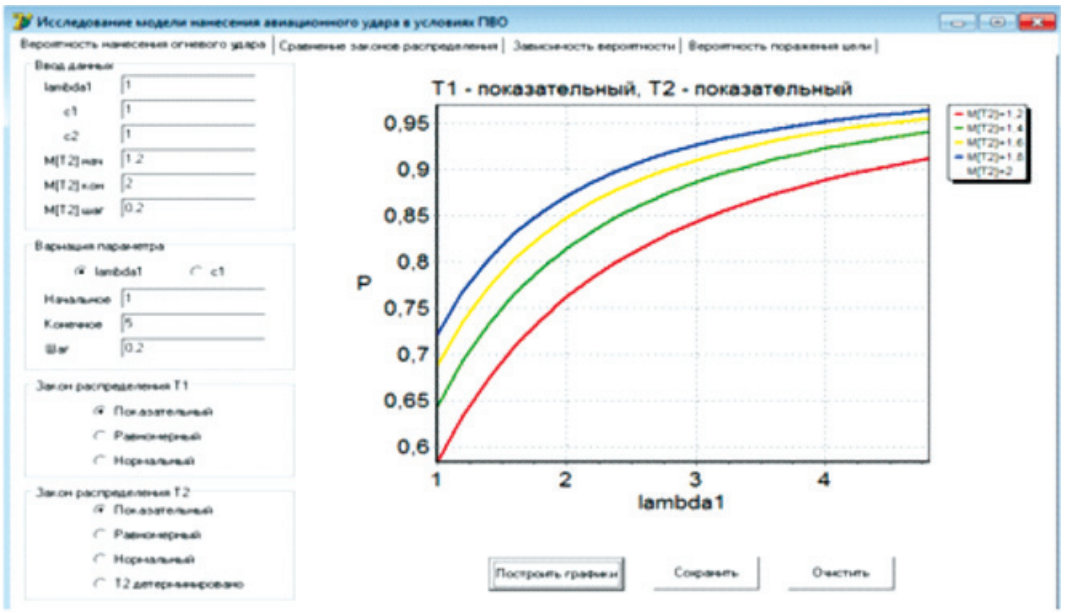

Рис. 3. Зависимость вероятности от заданных характеристик

Графический интерфейс программы позволяет пользователю получать результаты в виде графиков зависимости вероятности нанесения огневого удара по цели в зависимости от вводимых характеристик авиационного средства и системы противовоздушной обороны, а также графиков полученных законов распределения.

Заключение

В ходе решения поставленной задачи рассматривались методы определения характеристик случайных потоков и методы определения функции от разности случайных величин. Методической основой решения поставленной задачи является методика определения вероятности нанесения огневого удара по цели. Для того чтобы оценить эффективность применения авиационных средств в условиях противовоздушной обороны, рассматривались различные законы распределения времени от момента входа этих средств в зону противовоздушной обороны до окончания применения им огневых средств, и времени поражения самолета, а также различные характеристики авиационных средств. Важным выводом данной работы является то, что вид закона распределения времени до окончания применения огневых средств самолета несущественно влияет на эффективность их применения. При этом закон распределения времени от момента обнаружения самолета РЛС противника до его поражения может оказать существенное влияние на вероятность нанесения огневого удара при достаточно больших значениях интенсивности потока авиационных средств. В частности, некоторые комбинации этих законов дают расхождение значений итоговой вероятности нанесения огневого удара до 0,3.

Поскольку теория потоков событий широко применяется в разрабатываемой методике, то можно сделать вывод о том, что рассмотренные в данной работе вопросы и полученные результаты могут быть полезны именно в сфере противовоздушной обороны. В результате решения данной задачи были определены вероятности нанесения огневого удара по цели при различных временных характеристиках авиационных средств и средств системы противовоздушной обороны. Возможность задания времени поражения самолета случайным с учетом времени от момента обнаружения самолета до начала нанесения удара, направленного на поражения авиационного средства позволяет приблизить

задачу к реальным условиям применения огневых средств самолетом при различных условиях противовоздушной обороны. Разработанная методика позволяет обосновать некоторые требования к техническим характеристикам авиационных средств, средств ПВО, а также огневых авиационных средств.

Список литературы

1. Бернштейн С.Р. Теория вероятностей: учеб. для вузов. – 5-е изд. стер. – М.: Высш. шк., 1998. – 576 с.

2. Бусленко Н.П. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах / Н.П. Бусленко, Ю.А. Шрейдер. – М.: Физматгиз, 2000. – 226 с.

3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.

4. Волков И.К., Зуев С.М. Случайные процессы: учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1979. – 400 с.

5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учеб. для вузов. – 4-е изд.стер. – М.: Высш. шк., 1999. – 439 с.

References

1. Bernshtejn S.R. Teorija verojatnostej. Ucheb. dlja vuzov. 5-e izd. ster. M.: Vyssh. shk., 1998. 576 p.

2. Buslenko N.P. Metod statisticheskih ispytanij (Monte-Karlo) i ego realizacija na cifrovyh vychislitel'nyh mashinah / N.P. Buslenko, Ju.A. Shrejder. M.: Fiz-matgiz, 2000. 226 p.

3. Ventcel' E.S., Ovcharov L.A. Teorija sluchajnyh processov i ee inzhenernye prilozhenija. Uchebnoe posobie dlja vuzov. 2-e izd., ster. M.: Vyssh. shk. 2000. 383 p.

4. Volkov I.K., Zuev S.M. Sluchajnye processy. Ucheb. posobie dlja studentov vuzov. M.: Vysshaja shkola, 1979. 400 p.

5. Gnedenko B.V. Kurs teorii verojatnostej. Ucheb. Dlja vuzov. 4-e izd.ster. M.: Vyssh. shk.,1999. 439 p.

Рецензенты:

Безгинов А.Н., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» филиала ФГБОУ ВПО «МГИУ», г. Сергиев Посад;

Евтерев Л.С., д.т.н., профессор кафедры «Прикладная математика и информатика» филиала ФГБОУ ВПО «МГИУ», г. Сергиев Посад.

Работа поступила в редакцию 27.05.2013.