УДК 519.876.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОМПЛЕКСА ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ СИСТЕМЫ ФИЗИЧЕСКОЙ ЗАЩИТЫ ОБЪЕКТА ОХРАНЫ

Полянский И.С., Беседин И.И., Панин Б.Л.

Академия ФСО России, Орел, e-mail: van341@mail.ru

В статье сформирована математическая модель комплекса инженерно-технических средств (КИТС) системы физической защиты (СФЗ) объекта охраны, отличающаяся от известных тем, что разработанное представление позволяет учесть структурные и функциональные свойства КИТС СФЗ: структуру, определяющую топологические связи между подступами к объекту, рубежами защиты и охраняемыми зонами; возможные способы преодоления рубежей защиты; различие технических средств охраны по принципу действия, обеспечивающих разноэффективный уровень защиты рубежа от известных способов его преодоления; ограничение на допустимую стоимость устанавливаемых технических средств охраны, необходимых для решения задачи по нахождению рациональных топологий КИТС СФЗ и плана установки на рубежах защиты различных технических средств охраны. На основе произведенной формализации определена аналитическая зависимость критерия оценки эффективности структурно-параметрического синтеза КИТС СФЗ.

Ключевые слова: комплекс инженерно-технических средств, система физической защиты, математическая модель, ориентированный граф, рентабельность

MATHEMATICAL MODEL COMPLEX ENGINEERING AND TECHNICAL SYSTEMS OF PHYSICAL PROTECTION OF PROPERTY

Polyanskiy I.S., Besedin I.I., Panin B.L.

Academy FSO of Russia, Orel, e-mail: van341@mail.ru

A mathematical model of the complex engineering and technical means (CETM) physical protection system (PPS) method of protection which differs from the known fact that the developed representation allows to take into account the structural and functional properties of PPS CETM: structure defining the topological relationship between the approaches to the subject, and the protection of the borders of protected zones, the possible ways to overcome the boundaries of protection, the difference of means of the principle of operation, providing dissimilar protection abroad to explore ways to overcome it, restrictions on the allowable cost of installed security equipment needed for the task of finding a rational topology CETM PPS and installation plan for boundaries of the protection of various security equipment developed in the article. Analytical dependence criteria for evaluating the effectiveness of structural and parametric synthesis CETM PPS is defined on the basis of product formalization.

Keywords: complex engineering and technical means, physical protection system, the mathematical model, directed graph, return

Представление большинства существующих математических моделей систем физической защиты (СФЗ) [3, 4, 7, 9, 11, 12 и др.] произведено методом прямого описания [10], основанного на вероятностных мерах. В то же время решение задачи структурно-параметрического синтеза обуславливает необходимость косвенного описания: представления входных (управляемых) переменных модели СФЗ, составления уравнения связи, учитывающее топологическую структуру СФЗ и позволяющее определить значения выходных параметров [10]. В [5] на основе анализа модели системы безопасности объекта (метасистемы СФЗ) произведена формализация математической модели СФЗ со сложной топологией в виде ориентированного мультиграфа [5]:

$$S = S(X, \Gamma, D, H), \qquad (1)$$

где X – конечное множество вершин графа S; Γ – отображение $\Gamma : X \to X \times \mathbb{Z}_+$, заданное конечным подмножеством дуг $U \subset X \times X \times \mathbb{Z}_+$, $\mathbb{Z}_+$ – множество неотрицательных целых чисел; $D \subset X$ – множество элементов «объект защиты»; $H \subset X$ – множество элементов «субъект угрозы».

Предложенное представление ограничивает постановку задачи синтеза до параметрического. Другими словами, на основе сформированной в [5] математической модели возможно решение задачи синтеза, обеспечивающего рациональный набор опций по реализации рубежей защиты – весов ребер орграфа, определяемых из указанного множества «…альтернативных реализаций рубежа защиты …» [5] с учетом заранее заданной топологией СФЗ.

В свою очередь структурно-параметрический синтез комплекса инженерно-технических средств (КИТС) СФЗ предполагает проведение совместного решения задачи нахождения рациональных (с точки зрения заданного критерия эффективности):

1) топологии КИТС СФЗ, определяющей расстановку и смежность между узлами орграфа (подступами к объекту, рубежами защиты и охраняемыми зонами) с учетом ограничения на существование путей (доступа) от подступов до объекта

к определенным зонам охраны, т.е. задача структурного синтеза;

2) плана установки на рубежах защиты различных технических средств охраны (ТСО), т. е. задача параметрического синтеза.

Цель статьи заключается в разработке математической модели КИТС СФЗ, позволяющей учесть структурные и функциональные свойства системы физической защиты объекта охраны.

Математическая модель КИТС СФЗ объекта охраны

Представим структуру КИТС СФЗ объекта охраны в виде многоуровневой иерархической системы с сильными связями [8], топология которой задана в виде ориентированного связного графа $G(V, E)$ без петель и кратных рёбер (корневого ориентированного графа с древовидной структурой) [2], представленного совокупностью непустого множества вершин V и множества ребер E двухэлементных подмножеств множества V [8]:

$$G(V,E) \overset{Def}{=} \langle V;E \rangle; \quad V \neq \emptyset;$$

$$E \subset V \times V \;\&\; \forall e \in E \quad (|e| = 2), \qquad (2)$$

где $V = \{v_1, v_2, ..., v_N\}$, а $E = \{e_1, e_2, ..., e_M\}$, $|V| = N$, $|E| = M$ (N и M – общее число вершин и ребер графа соответственно).

В соответствии с типом синтезируемой системы множество вершин V графа $G(V, E)$ представим совокупностью трех непересекающихся подмножеств:

1) V_s – подступы к объекту (корни ориентированного дерева);

2) V_p – рубежи защиты (промежуточные вершины ориентированного дерева);

3) V_e – охраняемые зоны (листья ориентированного дерева), где $V = V_s \cup V_p \cup V_e$ с условиями: $V_s \cap V_p \cap V_e = \cap V$, $|V_s| = N_1$, $|V_p| = N_2, |V_e| = N_3, N = N_1 + N_2 + N_3$.

В рамках рассматриваемой задачи ребра графа задают «правила взаимодействия» между элементами (вершинами графа) иерархической системы, т.е. по существу определяют возможность доступа (пути) нарушителя к охраняемым зонам (вершинам графа). Геометрическое представление ориентированного графа $G(V, E)$ в рассматриваемой постановке задачи отражено на рис. 1.

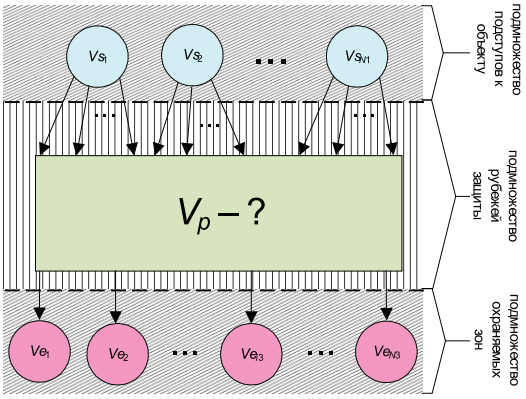

Рис. 1. Геометрическое представление ориентированного графа G(V, E)

Ориентированный граф $G(V, E)$ зададим двумя матрицами инцидентности для прямого и обратного потоков $\mathbf{H}^{\mathbf{in}} = (\alpha_{i,j})_{N \times M}$ и $\mathbf{H}^{\mathbf{out}} = (\beta_{i,j})_{N \times M}$ соответственно, элементы которых определяются выражениями [13]

$$\alpha_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ если вершина } v_i \text{ инцидентна ребру } e_j \text{ и является её началом;} \\ 0, \text{ в противом случае;} \end{cases} \qquad (3)$$

$$\beta_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ если вершина } v_i \text{ инцидентна ребру } e_j \text{ и является её концом;} \\ 0, \text{ в противном случае,} \end{cases} \qquad (4)$$

причем $\mathbf{H}^{\mathbf{in}} + (-1 \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{out}}) = \mathbf{H}$, где $\mathbf{H} = (h_{i,j})_{N \times M}$ – общая матрица инцидентности для графа $G(V, E)$. Поскольку решением задачи синтеза структуры иерархической системы является некоторая древовидная структура, то для нахождения оптимальной система должна содержать все возможные орграфы древовидного типа с корнями V_s и висячими вершинами V_e. Будем считать, что корни графа опираются на некоторый полносвязный подграф, построенный на заданном множестве вершин, а листья соединены со всеми вершинами полносвязного подграфа.

С учетом возможной разнородности рубежей защиты подмножество V_p множеств вершин V исходного графа представляется объединением R непересекающихся множеств $V_p = \bigcup_{r=1}^{R} (V'_p)_r$, где r-е множество $(V'_p)_r$ определяет совокупность $(N'_2)_r$ рубе-

жей защиты r-го типа, характеризующегося различной степенью защиты от возможных способов преодоления. Последнее задает характеристику i_2-х рубежей защиты соответствующих r-м типам в виде матрицы $\mathbf{L} = \left(l_{i_2,k}\right)_{N_2 \times K}$, ($i_2$, k)-е элементы которого отражают вероятность преодоления i_2-го рубежа защиты k-м способом. В свою очередь различные условия расположения подступов к объекту охраны обусловливают неоднородность распределения вероятностей задания пути проникновения злоумышленника через них на охраняемый объект, численно задаваемый исходным вектором $\mathbf{F} = \left(f_{i_1}\right)_{N_1}$ – вероятности угрозы со стороны i_1-х подступов к объекту охраны.

Формальное представление задачи параметрического синтеза состоит в определении рационального плана установки ТСО на i_2-х $\left(i_2 = \overline{1, N_2}\right)$ рубежах защиты. С учетом указанной возможности установки на рубежах ТСО различного класса в исходной постановке задачи задается P типов ТСО, характеризующихся матрицей $\mathbf{U} = \left(u_{p,k}\right)_{P,K}$ и вектором $\mathbf{C} = \left(c_p\right)_P$ стоимости p-го типа ТСО. Элементы матрицы $\mathbf{U}$ определяют вероятность защиты p-м ТСО от k-го способа преодоления рубежа злоумышленником. При этом размещение определенного числа ТСО на рубежах защиты ограничено заданным максимальным значением стоимости используемых ресурсов $\tilde{C}$.

Исходная характеристика i_3-х охраняемых зон задается вектором $\mathbf{Z} = \left(z_{i_3}\right)_{N_3}$ значимости, i_3-е элементы которого численно определяют материальный ущерб от злоумышленника в случае доступа к i_3-й зоне охраны. Ограничения на топологическую структуру синтезируемого КИТС СФЗ задается матрицей $\mathbf{Q} = \left(q_{i_1,i_3}\right)_{N_1 \times N_3}$, элементы которой определяют правило существования пути из i_1-го подступа к объекту в i_3-ю охраняемую зону:

$$q_{i_1,i_3} = \begin{cases} 1, \text{ если } i_3\text{-я вершина достижима из } i_1; \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases} \tag{5}$$

С учетом принятых представлений и сформированной на их основе структурной схемы КИТС СФЗ (рис. 2) произведем описание математической модели КИТС СФЗ путем указания характеристик ее входных и выходных параметров и их математической взаимосвязи. Последнюю представим функциональным оператором $\Psi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})$, преобразующим пространство матриц управляющих переменных $\mathbf{X} = \left(x_{i,j}\right)_{N \times M}$, $\mathbf{Y} = \left(y_{i,j}\right)_{N \times M}$ и $\mathbf{T} = \left(t_{i_2,p}\right)_{N_2 \times P}$ в выходной параметр, величина которого количественно характеризует заданный критерий эффективности КИТС СФЗ. Элементы матриц управляющих переменных $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$ определяют соответствующие элементы матриц инцидентности для прямого $\mathbf{H}^{\mathbf{in}}$ и обратного $\mathbf{H}^{\mathbf{out}}$ потоков синтезируемой структуры СФЗ. Элементы матрицы $\mathbf{T}$ характеризуют количество устанавливаемых на i_2-м рубеже защиты p-х типов ТСО. При этом элементы матриц управляющих переменных $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, $\mathbf{T}$ могут принимать фиксированные значения, множества которых определяются условиями:

$$x_{i,j} \in \begin{cases} \{0,1\}, \text{ если } \alpha_{i,j} = 1; \\ \{0\}, \text{ в противном случае;} \end{cases}$$

$$y_{i,j} \in \begin{cases} \{0,1\}, \text{ если } \beta_{i,j} = 1; \\ \{0\}, \text{ в противном случае;} \end{cases} \tag{6}$$

$$t_{i_2,p} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}, \tag{7}$$

где $\mathbb{Z}_{\geq 0}$ – множество неотрицательных целых чисел: {0, 1, 2, ...}.

Принятые обозначения позволяют записать обобщенную задачу структурно-параметрического синтеза КИТС СФЗ в виде:

$$\Psi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}) \to \max_{\substack{x_{i,j}, y_{i,j} \in \{0,1\}, \\ t_{i_2,p} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}}}, \tag{8}$$

с учетом ограничения на максимально допустимую стоимость устанавливаемых ТСО на i_2-х рубежах защиты:

$$\sum_{i_2=1}^{N_2} \sum_{p=1}^{P} \mathbf{C}_p \cdot t_{i_2,p} \leq \tilde{C}. \tag{9}$$

Вышеописанное позволяет разработать обобщенное геометрическое представление задачи структурно-параметрического синтеза КИТС СФЗ (рис. 3).

Сформированное представление позволяет перейти к разработке функциональной зависимости целевой функции (8) от матриц управляемых переменных $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, $\mathbf{T}$, определяющей критерий эффективности КИТС СФЗ, заданного по правилу «результативность – стоимость».

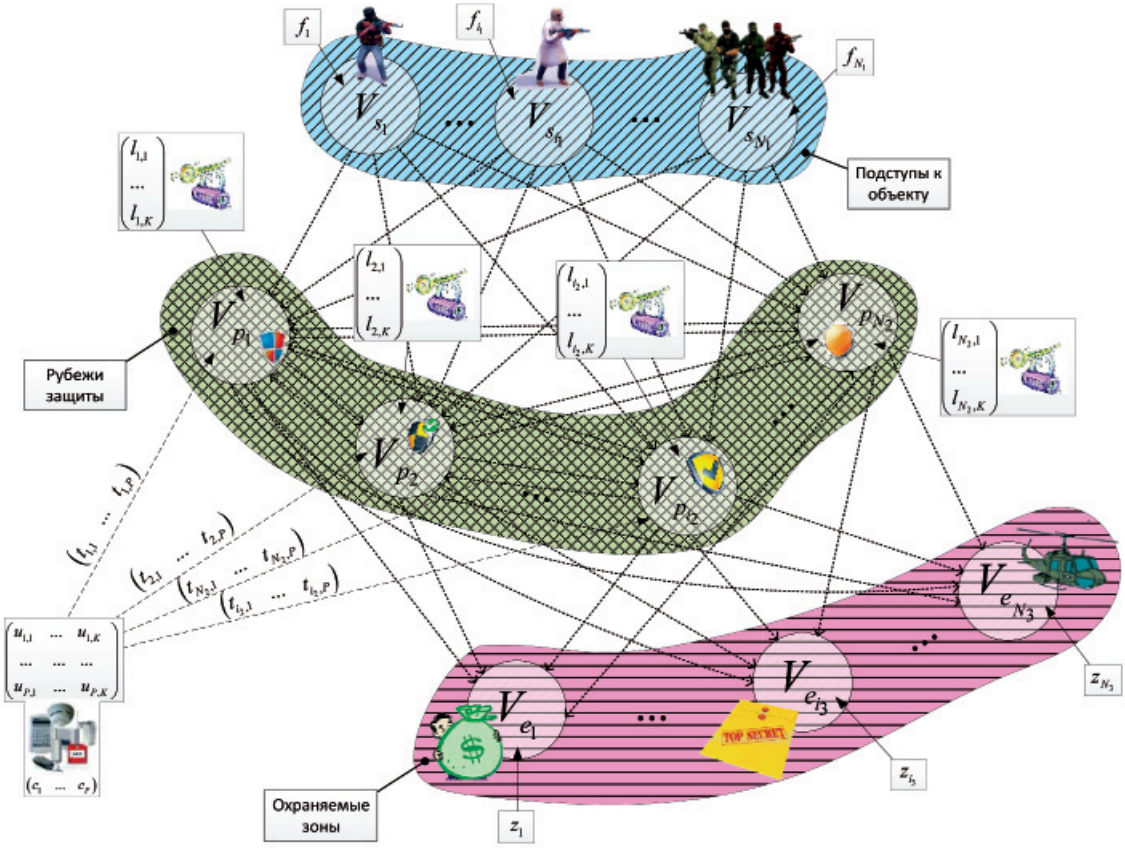

Рис. 2. Структурная схема комплекса инженерно-технических средств системы физической защиты объекта охраны

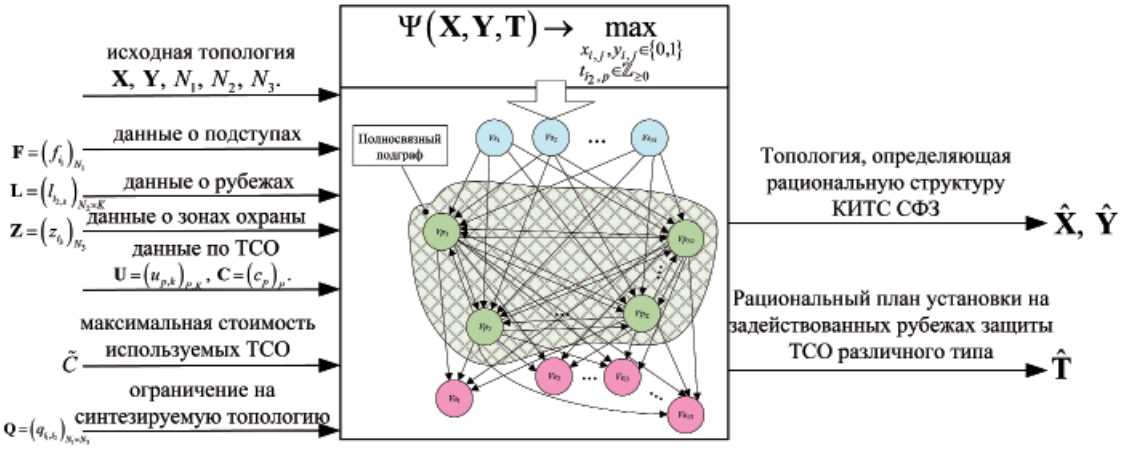

Рис. 3. Геометрия решения задачи структурно-параметрического синтеза системы физической защиты

Критерий оценки эффективности структурно-параметрического синтеза КИТС СФЗ

С целью определения аналитической зависимости целевой функции (8) от матриц управляющих переменных **X**, **Y**, **T** введем следующие представления.

Утверждение 1. Для ориентированного графа $G(V, E)$ без петель и кратных ребер произвольной топологии, заданной двумя матрицами инцидентности для прямого $\mathbf{H}^{\mathbf{in}} = (\alpha_{i,j})_{N\times M}$ и обратного $(\mathbf{H}^{\mathbf{out}})^T = (\beta'_{i,j})_{M\times N}$ потоков, матрица до-

стижимости $\mathbf{S}(r)$ для путей длины $r \in \mathbb{N}$ определяется в соответствии с равенством

$$\mathbf{S}(r) = \left[\mathbf{H}^{\mathbf{in}} \cdot \left(\mathbf{H}^{\mathbf{out}}\right)^T\right]^{r_{com}}, \qquad (10)$$

где операция $[\bullet]^{r_{com}}$ определяет композицию отношений степени r.

Доказательство. Пусть $G(V, E)$ есть ориентированный граф без петель и кратных ребер, состоящий из N вершин и M дуг, топология которого задана двумя матрицами размерности $N \times M$ инцидентности для прямого $\mathbf{H}^{\mathbf{in}}$ и обратного $\mathbf{H}^{\mathbf{out}}$ потоков. Тогда композиция отношения матрицы $\mathbf{H}^{\mathbf{in}} = \left(\alpha_{i,j}\right)_{N \times M}$ и транспонированной матрицы $\left(\mathbf{H}^{\mathbf{out}}\right)^T = \left(\beta'_{i,j}\right)_{M \times N}$ будет характеризоваться матрицей $\mathbf{E} = \left(e_{i',j'}\right)_{N \times N}$, (i', j')-й элемент которой определяется в соответствии с отношением

$$e_{i',j'} = \bigvee_{m=1}^{M} \left(\alpha_{i',m} \wedge \beta'_{m,j'}\right). \qquad (11)$$

Поскольку $\alpha_{i',m} \in \{0,1\}$ и $\beta'_{m,j'} \in \{0,1\}$ определяют инцидентность m-го ребра к i'-й и j'-й вершинам соответственно, очевидно, что элемент $e_{i',j'} \in \{0,1\}$ матрицы $\mathbf{E} = \left(e_{i',j'}\right)_{N \times N}$ для ориентированного графа $G(V, E)$ без петель и кратных ребер в конечном счете задает достижимость вершины i' к вершине j' через одно ребро (для пути кратности 1), т.е. по существу определяет смежность вершин i' и j'.

Тогда в соответствии с теоремой 1.4, доказательство которой представлено в [1], возведение матрицы смежности $\mathbf{E} = \left(e_{i',j'}\right)_{N \times N}$ в натуральную степень r определяет матрицу $\mathbf{A}(r) = \mathbf{E}^r = \left(\gamma_{i',j'}\right)_{N \times N}$, $\gamma_{i',j'}$-е элементы которой задают число $\left(v_{i'}, v_{j'}\right)$ – маршрутов длины r, а соответственно композиция отношений степени r над матрицей $\mathbf{E} = \left(e_{i',j'}\right)_{N \times N}$ определяет матрицу достижимости $\mathbf{S}(r)$для путей длины $r \in \mathbb{N}$.

Следствие 1 из утверждения 1. В соответствии с выраженим (10) матрица достижимости для всех возможных путей кратности от 1 до R будет задаваться соотношением

$$\mathbf{D}(R) = \sum_{r=1}^{R} \mathbf{S}(r) = \sum_{r=1}^{R} \left[\mathbf{H}^{\mathbf{in}} \cdot \left(\mathbf{H}^{\mathbf{out}}\right)^T\right]^{r_{com}}. \qquad (12)$$

Следствие 2 из утверждения 1. Для ориентированного взвешенного графа $G(V, E)$ без петель и кратных ребер, для которого задан вектор весов ребер $\mathbf{C}' = \left(c'_j\right)_M$, матрица смежности $\mathbf{E}' = \left(e'_{i',j'}\right)_{N \times N}$ определяется равенством

$$\mathbf{E}' = \mathbf{H}^{\mathbf{in}} \cdot diag\left(\mathbf{C}'\right) \cdot \left(\mathbf{H}^{\mathbf{out}}\right)^T, \qquad (13)$$

где $diag(\bullet)$ – оператор преобразования произвольного вектора размерностью N в диагональную матрицу $N \times N$, элементы главной диагонали которой соответствуют элементам исходного вектора, а все остальные элементы (расположенные выше/ниже главной диагонали) равны 0.

С учетом отношений (10), (12), (13) определим искомое аналитическое представление функции $\Psi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})$, задающей обратную величину суммарного вероятного уровня ущерба (риска [14]) КИТС СФЗ, в виде равенства

$$\Psi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}) = \Omega(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{Z}), \qquad (14)$$

где $\mathbf{S}(\mathbf{Z})$ – векторная функция, преобразующая N_3 мерный вектор значимости охраняемых зон в вектор размерности N, элементы которого определяют значимость i-й вершины графа (узла СФЗ)

$$\mathbf{S}(\mathbf{Z}) = \left(s_1 = 0,\ s_2 = 0, \ldots,\ s_{N_1+N_2} = z_1, \ldots,\ s_N = z_{N_3}\right)^T;$$

$\Omega(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})$ – векторная функция, обратная величине действительного риска размерности N, элементы которой задают вероятность защиты от угрозы к i-м узлам КИТС СФЗ с учетом воздействий субъектов защиты (ТСО) на субъект угрозы (злоумышленника), и определяются в соответствии с отношением

$$\Omega_i(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}) = \prod_{j=1}^{N_1} \left(1 - \mathbf{A}'_{j,i}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})\right) \qquad (15)$$

Здесь $\mathbf{A}'(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})$ – матрица размерности $N \times N$, (i, j)-е, элементы которой задаются в виде:

$$\mathbf{A}'_{i,j}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}) = \max_{r \in \{1,2,\ldots,R\}} \left(\mathbf{G}_{i,j}(r, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})\right), \qquad (16)$$

где $\mathbf{G}(r, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})$ – матричная функция размерности $N \times N$, определяемая рекурсией:

$$\mathbf{G}_{i,j}(r, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}) = 1 - \prod_{k=1}^{N} \left[1 - \mathbf{G}_{i,k}(1, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T}) \cdot \mathbf{G}_{k,j}(r-1, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{T})\right];$$

$$\mathbf{G}(1,\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{T}) = \mathbf{X}\cdot diag\left(\mathbf{X}^T\cdot\mathbf{W}(\mathbf{T})\right)\cdot\mathbf{Y}^T. \quad (17)$$

В выражении (16) применение оператора $\max\limits_{r\in\{1,2,\ldots,R\}}(\bullet)$ задает значение максимальной вероятности угрозы для всех возможных путей кратности r. Последнее определяет решение задачи структурно-параметрического синтеза КИТС СФЗ на «наихудший случай», обусловленное необходимостью нахождения оптимального решения в условиях полной априорной неопределённости о стратегии злоумышленника [15].

В выражении (17) $\mathbf{W}(\mathbf{T})$ – векторная функция размерности N, i-е элементы которой задаются в соответствии с равенством

$$\mathbf{W}_i(\mathbf{T}) = \begin{cases} f_i, \text{ если } 1\le i\le N_1; \\ 1-\Upsilon_{i-N_1}(\mathbf{T}), \text{ если } N_1 < i \le N_1+N_2; \\ 0, \text{ в противном случае,} \end{cases} \quad (18)$$

где $\boldsymbol{\Upsilon}(\mathbf{T})$ – векторная функция размерностью N_2, элементы которой характеризуют вероятность препятствованию действиям злоумышленника хотя бы одного ТСО (вероятность появления хотя бы одного события [6]), устанавливаемого на i_2-м рубеже защиты, и задаются отношением

$$\Upsilon_{i_2}(\mathbf{T}) = 1-\sum_{k=1}^{K}\left[l_{i_2,k}\cdot\left(\prod_{p=1}^{P}\left(1-u_{p,k}\right)^{t_{i_2,p}}\right)\right] = \sum_{k=1}^{K}\left[l_{i_2,k}\cdot\left(1-\prod_{p=1}^{P}\left(1-u_{p,k}\right)^{t_{i_2,p}}\right)\right]. \quad (19)$$

С учетом представлений, рассмотренных выше, критерий эффективности КИТС СФЗ, заданный по правилу «результативность – стоимость» в исходной задаче структурно-параметрического синтеза, примет вид:

$$\begin{cases} \Psi(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{T}) \to \max\limits_{\substack{x_{i,j},\,y_{i,j}\in\{0,1\}\\ t_{i_2,p}\in\mathbb{Z}_{\ge 0}}}; \\ \sum\limits_{i_2=1}^{N_2}\sum\limits_{p=1}^{P}\mathbf{C}_p\cdot t_{i_2,p} \to \min\limits_{t_{i_2,p}\in\mathbb{Z}_{\ge 0}}, \end{cases} \quad (20)$$

при условии, что:

$$\sum_{i_2=1}^{N_2}\sum_{p=1}^{P}\mathbf{C}_p\cdot t_{i_2,p} \le \tilde{C};$$

$$\mathbf{D}(R,\mathbf{X},\mathbf{Y})_{i_1,i_3+N_1+N_2} = q_{i_1,i_3}, \quad (21)$$

где $\mathbf{D}(R,\ \mathbf{X},\ \mathbf{Y},\ \mathbf{T})$ – матрица размерности $N\times N$ достижимости всех возможных путей кратности от 1 до R, определяемой в соответствии с выражением (12).

Значение R определяет максимально возможную длину пути в синтезируемой структуре КИТС СФЗ и в первом приближении задается равным числу промежуточных пунктов графа исходной задачи N_2 (рубежей защиты).

С целью сведения двухкритериальной задачи (20) к однокритериальной представим обобщенный критерий эффективности КИТС СФЗ в виде отношения максимизируемой функции к минимизируемой:

$$\Theta(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{T}) = \left[\Psi(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{T})\Big/\sum_{i_2=1}^{N_2}\sum_{p=1}^{P}\mathbf{C}_p\cdot t_{i_2,p}\right] \to \max_{\substack{x_{i,j},\,y_{i,j}\in\{0,1\}\\ t_{i_2,p}\in\mathbb{Z}_{\ge 0}}}. \quad (22)$$

Значение функции $\boldsymbol{\Theta}(\mathbf{X},\ \mathbf{Y},\ \mathbf{T})$ в выражении (22) аналогично [8] определяет рентабельность СФЗ.

Выводы

Разработана математическая модель КИТС СФЗ, отличающаяся тем, что сформированное представление позволяет учесть структурные и функциональные свойства КИТС СФЗ: структуру (3), (4), определяющую топологические связи между подступами к объекту, рубежами защиты и охраняемыми зонами; k-е способы преодоления рубежей защиты; различие ТСО по принципу действия, обеспечивающих разноэффективный уровень защиты рубежа от известных способов его преодоления; стоимость технических средств охраны; ограничение на допустимую стоимость устанавливаемых технических средств охраны, необходимых для решения задачи по нахождению рациональных топологий КИТС СФЗ и плана установки на рубежах защиты различных ТСО.

На основе произведенной формализации определена аналитическая зависимость (22) критерия оценки эффективности КИТС СФЗ, количественно определяющего его

рентабельность, от матриц управляющих переменных $\mathbf{X} = \left(x_{i,j}\right)_{N\times M}$, $\mathbf{Y} = \left(y_{i,j}\right)_{N\times M}$ и $\mathbf{T} = \left(t_{i_2,p}\right)_{N_2\times P}$, элементы которых задают структурную топологию синтезируемой КИТС СФЗ и плана установки на рубежах защиты различных ТСО.

Список литературы

1. Асанов М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы // М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», 2001. – 288 с.

2. Бертсекас Д. Сети передачи данных / Д. Бетсекас, Р. Галагер. – М.: Мир, 1989. – 544 с.

3. Боровский А.С. Интегрированный подход к разработке общей математической модели функционирования систем физической защиты / А.С. Боровский, А.Д. Тарасов // Вестник ВГУ, серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2011. – № 1. – С. 50–59.

4. Бояринцев А.В. Проблемы антитерроризма: угрозы и модели нарушителей / А.В. Бояринцев, А.Г. Зуев, А.В. Ничиков. – СПб.: ЗАО НПП «ИСТА-Системс», 2008. – 220 с.

5. Быстров С.Ю. Анализ и оптимизация систем физической защиты особо важных объектов: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. – Пенза, 2004. – 181 с.

6. Вентцель Е.С. Теория вероятности / Е.С. Вентцель, Л.А. Овсчаров. – 2-е изд. – М.: Наука, 1973. – 368 с.

7. Вишнякова Т.О. Анализ эффективности систем физической защиты при помощи Марковской сетевой модели / Т.О. Вишнякова, В.И. Васильев // Вестник УГАТУ. – 2007. – Т. 8, № 7 (25). – С. 11–19.

8. Воронин А.А. Оптимальные иерархические структуры / А.А. Воронин, С.П. Мишин. – М.: ИПУ РАН, 2003. – 214 с.

9. Гайнулин Т.Р. Моделирование процесса выбора состава технических средств системы физической защиты: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18. – Брянск, 2008. – 162 с.

10. ГОСТ Р 50.2.004-2000. Определение характеристик математических моделей зависимостей между физическими величинами при решении измерительных задач. Основные положения. – М.: Стандартинформ, 2000. – 15 с.

11. Забияко С.В. Моделирование оценки эффективности функционирования интегрированных систем безопасности в условиях структурно-параметрического конфликта подсистем: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18. – Воронеж, 2004. – 137 с.

12. Мишин Е.Т. Построение систем физической защиты потенциально опасных объектов / Е.Т. Мишин, Е.Е. Соколов. – М.: Радио и связь, 2005. – 200 с.

13. Полянский И.С. Распределение однородного непрерывного ограниченного ресурса в иерархических системах транспортного типа с древовидной структурой / И.С. Полянский, И.В. Логинова, И.И. Беседин, М. М. Фролов // Информационные системы и технологии. – 2013. – № 2 (76) – С. 99–106.

14. Хенли Э.Дж. Надежность технических систем и оценка риска: пер. с англ. В.С. Сыромятникова, Г.С. Деминой / Э.Дж. Хенли, Х. Кумамото; под общ. ред. В.С. Сыромятникова. – М.: Машиностроение, 1984. – 528 с.

15. Шапкин А.С. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций: монография. – М.: Издательско-торговая компания корпорация «Дашков и Ко», 2003. – 544 с.

References

1. Asanov M.O. Diskretnaya matematika: grafy, matroidy, algoritmy // M.O. Asanov, V.A. Baranskij, V.V. Rasin. Izhevsk: NITS «Regulyarnaya i khaotichnaya dinamika», 2001. 288 p.

2. Bertsekas, D. Seti peredachi dannykh / D. Betsekas, R. Galager. M.: Mir, 1989. 544 p.

3. Borovskij A.S. Integrirovannyj podkhod k razrabotke obshhej matematicheskoj modeli funktsionirovaniya sistem fizicheskoj zashhity / A.S. Borovskij, A.D. Tarasov. Vestnik VGU, seriya: Sistemnyj analiz i informatsionnye tekhnologii. no. 1. 2011. pp. 50–59.

4. Boyarintsev A.V. Problemy antiterrorizma: ugrozy i modeli narushitelej / A.V. Boyarintsev, A.G. Zuev, A.V. Nichikov. SPb.: ZAO NPP «ISTA-Sistems», 2008. 220 p.

5. Bystrov S.YU. Analiz i optimizatsiya sistem fizicheskoj zashhity osobo vazhnykh ob»ektov: Dissertatsiya na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk: 05.13.01 / Bystrov Sergej YUr'evich. Penza, 2004. 181 p.

6. Venttsel' E.S. Teoriya veroyatnosti / E.S. Venttsel', L.A. Ovscharov. Izdanie vtoroe. M.: Nauka, 1973. 368 p.

7. Vishnyakova T.O. Analiz ehffektivnosti sistem fizicheskoj zashhity pri pomoshhi Markovskoj setevoj modeli / T.O. Vishnyakova, V.I. Vasil'ev // Vestnik UGATU. 2007. T. 8, no. 7 (25). pp. 11–19.

8. Voronin, A. A. Optimal'nye ierarkhicheskie struktury / A.A. Voronin, S.P. Mishin. M.: IPU RAN, 2003. 214 p.

9. Gajnulin T.R. Modelirovanie protsessa vybora sostava tekhnicheskikh sredstv sistemy fizicheskoj zashhity: Dissertatsiya na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk: 05.13.18 / Gajnulin Timur Rinatovich. Bryansk, 2008. 162 p.

10. GOST R 50.2.004-2000. Opredelenie kharakteristik matematicheskikh modelej zavisimostej mezhdu fizicheskimi velichinami pri reshenii izmeritel'nykh zadach. Osnovnye polozheniya. M.: Standartinform, 2000. 15 p.

11. Zabiyako S.V. Modelirovanie otsenki ehffektivnosti funktsionirovaniya integrirovannykh sistem bezopasnosti v usloviyakh strukturno-parametricheskogo konflikta podsistem: Dissertatsiya na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk: 05.13.18 / Zabiyako Sergej Valer'evich. Voronezh, 2004. 137 p.

12. Mishin E.T. Postroenie sistem fizicheskoj zashhity potentsial'no opasnykh ob»ektov / E.T. Mishin, E.E. Sokolov. M.: Radio i svyaz', 2005. 200 p.

13. Polyanskij I.S. Raspredelenie odnorodnogo nepreryvnogo ogranichennogo resursa v ierarkhicheskikh sistemakh transportnogo tipa s drevovidnoj strukturoj / I.S. Polyanskij, I.V. Loginova, I.I. Besedin, M.M. Frolov // Informatsionnye sistemy i tekhnologii 2013. no. 2 (76) pp. 99–106.

14. KHenli, EH. Dzh. Nadezhnost' tekhnicheskikh sistem i otsenka riska / EH. Dzh. KHenli, KH. Kumamoto. Per. s angl. V.S. Syromyatnikova, G.S. Deminoj. Pod obshh. red. V.S. Syromyatnikova. M.: Mashinostroenie, 1984. 528 p.

15. SHapkin A.S. EHkonomicheskie i finansovye riski. Otsenka, upravlenie, portfel' investitsij: Monografiya. M.: Izdatel'sko-torgovaya kompaniya korporatsiya «Dashkov i Ko», 2003. 544 p.

Рецензенты:

Саитов И.А., д.т.н., профессор, сотрудник Академии ФСО России, г. Орел;

Иванов Б.Р., д.т.н., профессор, сотрудник Академии ФСО России, г. Орел.

Работа поступила в редакцию 03.06.2013.