УДК 681.511.46/.5.015.23:62-523.3

ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА ОПТИМАЛЬНЫХ ЧИСЛОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА С УЧЁТОМ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАСОСА

Со Нэй Лин Аунг, Акименко Д.А.

Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, Калуга, e-mail: akimenko@kaluga.ru, soenla@gmail.com

В статье рассматривается подход, основанный на проекционных методах, к решению задачи определения оптимальных числовых значений конструктивных параметров электрогидравлического следящего привода с учётом влияния характеристики насоса. Проекционный метод позволил свести поставленную задачу к задаче условной оптимизации на множестве допустимых значений искомых параметров целевой функции, которая определяет меру близости реального выходного сигнала, зависящего от искомых параметров, к заданному эталонному. Проекционный метод позволил заменить операции над функциями на операции над векторами и матрицами, что значительно упрощает вычисления целевого критерия, при этом нелинейное уравнение баланса расходов рабочей жидкости заменяется степенным рядом с удержанием линейных слагаемых с уточнением точки линеаризации на каждом шаге процесса оптимизации. Эффективность построенного вычислительного алгоритма продемонстрирована на примере уточнения некоторых параметров привода по экспериментальным результатам. В качестве уточняемых параметров рассматривались параметры, существенно зависящие от условий эксплуатации, а именно коэффициенты вязкого трения подвижных частей привода и параметры рабочей жидкости.

Ключевые слова: проекционный метод, система управления, электрогидравлический следящий привод, математическая модель, параметры, матричный оператор, оптимизация, целевая функция

PROJECTION METHOD FOR CALCULATING THE OPTIMAL NUMERICAL VALUES OF PARAMETERS OF ELECTROHYDRAULIC SERVO DRIVE WITH CHARACTERISTICS OF PUMP

Soe Nay Lynn Aung, Akimenko D.A.

Bauman Moscow State Technical University (Kaluga Branch), Kaluga, e-mail: akimenko@kaluga.ru, soenla@gmail.com

The article discusses the approach based on the projection methods for solving the problem of determining the optimal numerical values of design parameters of electrohydraulic servo drive taking into account the influence of characteristics of the pump. Projection method allowed to reduce the task to a constrained optimization problem on the set of admissible values of the unknown parameters of the objective function that defines the similarity measure of real output signal depending on unknown parameters, to a given reference. Projection method allowed for the replacement of operations on functions operations on vectors and matrices, which greatly simplifies the computation target criterion, with a nonlinear balance equation of the flow rates of the working fluid is replaced by a power series retaining the linear terms, specifying the points of linearization in each step of optimization process. The efficiency of the constructed computational algorithm is demonstrated by refinement of some parameters of the drive according to the experimental results. As refinable parameters considered the parameters, considerably dependent on the operating conditions, namely, the coefficients of viscous friction of the moving parts of the drive and the parameters of the working fluid.

Keywords: projection method, control system, electrohydraulic servo drive, mathematical model, parameters, operational matrix, optimization, objective function

Электрогидравлические следящие приводы нашли широкое применение в качестве силовых устройств в системах управления различными объектами и технологическими процессами, и, следовательно, качество таких систем управления будет зависеть от динамики привода. Поэтому при проектировании систем управления повышаются требования к динамическим показателям приводов, а также к адекватности математической модели привода. В случае решения задачи проектирования известна структура привода и в качестве определяемых параметров выступают геометрические размеры отдельных элементов, числовые значения которых определяются из условия обеспечения динамических характеристик привода, соответствующих техническому заданию. В случае построения адекватной математической модели часто известна структура модели, и задача идентификации сводится к задаче уточнения числовых значений некоторых параметров модели. В обоих случаях можно сформулировать следующую задачу. Известна структура привода; известен закон изменения напряжения, подаваемого на вход; известен (задан) закон перемещения выходного звена привода. Требуется определить числовые значения параметров привода из условия максимального приближения сигнала на

выходе модели привода к заданному. В качестве меры близости можно взять функционал

$$J(P)=\left[\int_0^T \left(y_э(t)-y_p(t,P)\right)^2 dt\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (1)$$

где $y_э(t)$ – заданный закон изменения выходной координаты; $y_p(t, P)$ – сигнал на выходе привода; P – множество искомых параметров.

При проектировании привода в качестве искомых конструктивных параметров часто выступают такие, как площадь рабочей поверхности поршня, которая определяется диаметром штока и внешним диаметром поршня, условный диаметр золотникового пропорционального распределителя, жесткость позиционной нагрузки и параметры настройки усилителя и датчика обратной связи, а также параметры регуляторов, вводимых для улучшения динамики привода. В случае задачи параметрической идентификации к уточняемым параметрам можно отнести параметры, существенно зависящие от температуры и условий эксплуатации: коэффициенты вязкого трения подвижных частей привода, характеристики рабочей жидкости (её плотность и модуль объемной упругости), параметры, характеризующие процесс течения жидкости, а также коэффициенты настройки некоторых элементов привода (электронного усилителя и датчика обратной связи).

Однако в случае использования управляемого насоса в качестве источника давления выход $y_p(t, P)$ будет зависеть от характеристики такого насоса, которая определяется такими величинами, как номинальная подача насоса при отсутствии нагрузки и номинальное давление. Последний показатель можно определить из требований к максимальному усилию, развиваемому гидроприводом, а номинальную подачу определяют со значительным запасом, что может отразиться на стоимости привода в целом. Поэтому данный показатель насоса также можно определить из условия обеспечения требуемых динамических показателей привода, которое в дальнейшем будет определяться в требованиях как желаемый показатель насоса. Следовательно, к уравнению баланса расходов необходимо добавить характеристику насоса, которая показывает значение текущего давления нагнетания от подачи рабочей жидкости, отдаваемой потребителю.

Ниже рассматривается подход к определению числовых значений конструктивных параметров и настраиваемых параметров электрогидравлического следящего привода (ЭГСП) с учётом характеристики насоса с использованием проекционных методов. Проекционный метод, или метод матричных операторов, нашёл широкое применение в силу ряда достоинств, к которым можно отнести переход от рассмотрения временных функций к их спектральным характеристикам, представляющим собой коэффициенты Фурье относительно элементов выбранного базиса, что позволяет заменить операции над функциями операциями над матрицами и даёт возможность реализации на электронно-вычислительных машинах и, тем самым, позволяет упростить решения задач анализа и синтеза. Кроме того, проекционный метод обладает хорошей сходимостью и обеспечивает требуемую точность расчёта, что отражено в соответствующей литературе, указанной в [3, 4].

Математическая модель привода

Конструктивно ЭГСП состоит из исполнительного гидродвигателя – гидроцилиндра; пропорционального золотникового распределителя; электронного усилителя в прямой цепи и датчика обратной связи, контролирующего текущее положение выходного звена – штока гидроцилиндра. Соответственно, математическая модель привода будет включать уравнения описывающие процессы, протекающие в распределителе и гидроцилиндре, а также уравнение баланса расходов рабочей жидкости, протекающей через распределитель, и уравнение обратной отрицательной связи.

Модель пропорционального золотникового распределителя и обратной связи можно представить уравнением

$$m_з \frac{d^2}{dt^2}x(t)+\left(K_з^{вт}+K_{мос}K_{эмп}A_з\right)\frac{d}{dt}x(t)+$$

$$+\left(C_з+C_г\right)x(t)=K_{эу}K_{эмп}A_з\left(u(t)-K_{ос}y(t)\right), \qquad (2)$$

где $u(t)$ – напряжение, подаваемое на вход привода; $x(t)$ – перемещение золотника гидравлического дросселирующего распределителя, причём $|x(t)|\le x_{max}$ (x_{max} – максимальная ширина открываемой буртом золотника щели); $y(t)$ – перемещение штока гидроцилиндра; $K_{эу}$ – коэффициент передачи электронного усилителя; $K_{ос}$ – коэффициент передачи обратной связи (датчика); $A_з=\frac{\pi}{4}d_з^2$ – площадь торца золотника, а $d_з$ – его диаметр; $m_з$ – масса золотника; $K_з^{вт}$ – коэффициент вязкого трения между золотником и втулкой; $C_з$ – суммарная жесткость пружин, на которые опирается золотник; $C_г$ – жесткость гидравлической пружины; $K_{эмп}^г$ – коэффициент передачи первого ка-

скада электрогидравлического усиления (ЭГУ), включающего электромеханический преобразователь (ЭМП), распределитель сопло-заслонка; $K_{мос}$ – коэффициент передачи местной обратной связи, обусловленной особенностями протекающих процессов. Замена ЭМП и распределителя сопло-заслонка пропорциональным звеном возможна в силу быстроты протекающих в них процессов по сравнению с процессом движения золотника распределителя, что подтверждается соответствующим моделированием.

Уравнение движения выходного звена гидроцилиндра имеет вид

$$m_{гц}\frac{d^2}{dt^2}y(t)+K_{гц}^{вт}\frac{d}{dt}y(t)+ +C_{гц}y(t)=A_{гц}p(t)-F_{н}(t), \qquad (3)$$

где $p(t)$ – перепад давления на поршне гидроцилиндра; $F_н(t)$ – внешняя нагрузка, действующая вдоль оси штока; $m_{гц}$ – масса подвижных частей гидроцилиндра; $K_{гц}^{вт}$ – коэффициент вязкого трения гидроцилиндра; $C_{гц}$ – коэффициент позиционной нагрузки; $A_{гц}$ – площадь рабочей поверхности поршня.

Уравнение баланса расходов рабочей жидкости, протекающей через распределитель, имеет вид [1, 2]:

$$K_з x(t)\sqrt{\frac{1}{2}\left(p_н-p_{сл}-p(t)\operatorname{sign}(x)\right)}= =\frac{V}{2E}\frac{d}{dt}p(t)+A_{гц}\frac{d}{dt}y(t), \qquad (4)$$

где $K_з$ – удельная проводимость окон золотникового дросселирующего распределителя; V – объём полостей гидроцилиндра и подводящих трубопроводов; E – модуль объёмной упругости рабочей жидкости; $p_н$ – давление нагнетания; $p_{сл}$ – давление в дренажной линии.

В приведённом уравнении давление нагнетания $p_н$ не является постоянной величиной, а зависит от расхода жидкости, отдаваемой насосом потребителю. В случае использования неуправляемого насоса данная зависимость несущественна и ей можно пренебречь, при использовании насоса с управлением зависимость $p_н(Q)$ существенна и будет влиять на динамику привода. Поэтому при составлении уравнения баланса расходов данный факт необходимо учитывать. В результате уравнение примет вид [5]:

$$\frac{V}{2E}\frac{d}{dt}p(t)=\frac{1}{4}K_з x(t)\Big[-\alpha_p K_з x(t)\operatorname{sign}(x)+ +\sqrt{\alpha_p^2K_з^2x^2(t)+8\left(p_{ном}-p_{сл}-p(t)\operatorname{sign}(x)\right)}\Big]-A_{гц}\frac{d}{dt}y(t), \qquad (5)$$

где $\alpha_p=(1-k_p)p_{ном}/(k_Q Q_{ном})$, $p_{ном}$ и $Q_{ном}$ – соответственно номинальные давление и расход насоса, k_Q и k_p – коэффициенты, характеризующие жесткость расходных характеристик гидронасоса и предохранительного клапана соответственно.

Таким образом, получим следующую модель ЭГСП:

$$\begin{cases} m_з\frac{d^2}{dt^2}x(t)+\left(K_з^{вт}+K_{мос}K_{эмп}A_з\right)\frac{d}{dt}x(t)+(C_з+C_г)x(t)=K_{эу}K_{эмп}A_з\left(u(t)-K_{ос}y(t)\right); \\ \frac{Vd}{2Edt}p(t)=\frac{1}{4}K_з x(t)\Big[-\alpha_p K_з x(t)\operatorname{sign}(x)+ \\ +\sqrt{\alpha_p^2K_з^2x^2(t)+8\left(p_{ном}-p_{сл}-p(t)\operatorname{sign}(x)\right)}\Big]-A_{гц}\frac{d}{dt}y(t); \\ m_{гц}\frac{d^2}{dt^2}y(t)+K_{гц}^{вт}\frac{d}{dt}y(t)+C_{гц}y(t)=A_{гц}p(t)-F_н(t). \end{cases} \qquad (6)$$

В случае использования регуляторов систему уравнений (6) необходимо дополнить соответствующими уравнениями.

Расчёт оптимальных значений параметров привода

Очевидно, что полученная модель привода является существенно нелинейной, что затрудняет применение проекционных методов для решения задач анализа и синтеза (в нашем случае задачи определения числовых значений конструктивных параметров привода из условия обеспечения требуемых динамических характеристик).

Линеаризуем уравнение расходов путём представления в виде степенного ряда с удержанием линейных слагаемых. В результате получим

$$Q_з(x,p) \approx Q_{з0} + k_{Qx}(x(t)-x_0) - k_{Qp}(p(t)-p_0) = \tilde{Q}_{з0} + k_{Qx}x(t) - k_{Qp}p(t), \quad (7)$$

где $\tilde{Q}_{з0} = Q_{з0} - k_{Qx}x_0 + k_{Qp}p_0$; $Q_{з0} = Q_з(t)\big|_{\substack{x=x_0,\\ p=p_0}}$,

$$k_{Qx} = \left|\frac{\partial Q_з(x,p)}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0,\\ p=p_0}} = \left|\frac{1}{4}\frac{k_з\left(-k_з\alpha_p x_з(t)\mathrm{sign}(x) + \sqrt{k_з^2\alpha_p^2 x^2(t) + 8\left(p_{ном} - p_{сл} - p(t)\mathrm{sign}(x)\right)}\right)^2}{\sqrt{k_з^2\alpha_p^2 x^2(t) + 8\left(p_{ном} - p_{сл} - p(t)\mathrm{sign}(x)\right)}}\right|_{\substack{x=x_0,\\ p=p_0}},$$

$$k_{Qp} = \left|\frac{\partial Q_з(x,p)}{\partial p}\right|_{\substack{x=x_0,\\ p=p_0}} = \left|\frac{k_з x(t)\mathrm{sign}(x)}{\sqrt{k_з^2\alpha_p^2 x^2(t) + 8\left(p_{ном} - p_{сл} - p(t)\mathrm{sign}(x)\right)}}\right|_{\substack{x=x_0,\\ p=p_0}}.$$

Очевидно, что значения коэффициентов k_{Qx}, k_{Qp} и постоянной составляющей $\tilde{Q}_{з0}$ зависят от выбора x_0 и p_0.

В результате систему уравнений (6) можно записать в виде

$$\begin{cases} m_з\ddot{x}(t) + \left(K_з^{вт} + K_{мос}K_{эмп}A_з\right)\dot{x}(t) + (C_з + C_г)x(t) = K_{эу}K_{эмп}A_з\left(u(t) - K_{ос}y(t)\right); \\ \dfrac{V}{2E}\dot{p}(t) + k_{Qp}(x_0,p_0)p(t) = k_{Qx}(x_0,p_0)x(t) + Q_{з0}(x_0,p_0) - A_{гц}\dot{y}(t); \\ m_{гц}\ddot{y}(t) + K_{гц}^{вт}\dot{y}(t) + C_{гц}y(t) = A_{гц}p(t) - F_н(t). \end{cases} \quad (8)$$

Кроме того предполагается, что привод работает в режиме, при котором выполняются ограничения

$$|x(t)| \le x_{max};\ |p(t)| \le p_{ном} - p_{сл}.$$

Выбрав некоторый ортонормированный базис $\mathbf{\Phi}(t) = \left[\phi_1(t),,\ldots\ \phi_l(t)\right]^{\mathrm{T}}$ и переходя к рассмотрению спектральных характеристик сигналов [3, 4] в выбранном базисе, получим следующую систему уравнений в операторной форме

$$\begin{cases} \mathbf{C}^x = \mathbf{A}_{эгу}(P)\left(\mathbf{C}^u - K_{ос}\mathbf{C}^y\right); \\ \mathbf{C}^p = \mathbf{A}_{гу}(P)\left(K_{Qx}(x_0,p_0)\mathbf{C}^x + \mathbf{C}^{Q_{з0}}(x_0,p_0) - \mathbf{A}_{ос}(P)\mathbf{C}^y\right); \\ \mathbf{C}^y = \mathbf{A}_{гд}(P)\left(A_{гц}\mathbf{C}^p - \mathbf{C}^{F_н}\right), \end{cases} \quad (9)$$

где $\mathbf{A}_{эгу}(P)$ – матричный оператор в выбранном базисе, эквивалентный передаточной функции $W_{эгу}(s) = \dfrac{K_{эу}K_{эмп}A_з}{m_з s^{2вт} + \left(K_з + K_{мос}K_{эмп}A_з\right)s + C_з + C_г}$; $\mathbf{A}_{гу}(P)$ – эквивалентный $W_{гу}(s) = \dfrac{1}{V/2E\cdot s + k_{Qp}(x_0,p_0)}$; оператор $\mathbf{A}_{ос}(P)$ эквивалентен $W_{ос}(s) = A_{гц}s$; оператор $\mathbf{A}_{гд}(P)$ эквивалентен $W_{гд}(s) = \dfrac{1}{m_{гц}\cdot s^2 + K_{гц}^{вт}s + C_{гц}}$; P – множество определяемых параметров привода.

Из системы (9) находим спектральную характеристику $\mathbf{C}^y$, которая определяется зависимостью

$$\mathbf{C}^y(P,x_0,p_0) = \mathbf{A}_{yu}(P)\mathbf{C}^u + \mathbf{A}_{yQ}(P)\mathbf{C}^{Q_{з0}} + \mathbf{A}_{yF}(P)\mathbf{C}^{F_н}, \quad (10)$$

где

$$\mathbf{A}_{yu}(P) = \mathbf{A}_y^{-1}(P)\left(K_{Qx}(x_0,p_0)A_{гц}\mathbf{A}_{гд}(P)\mathbf{A}_{гу}(P,x_0,p_0)\mathbf{A}_{эгу}(P)\right);$$

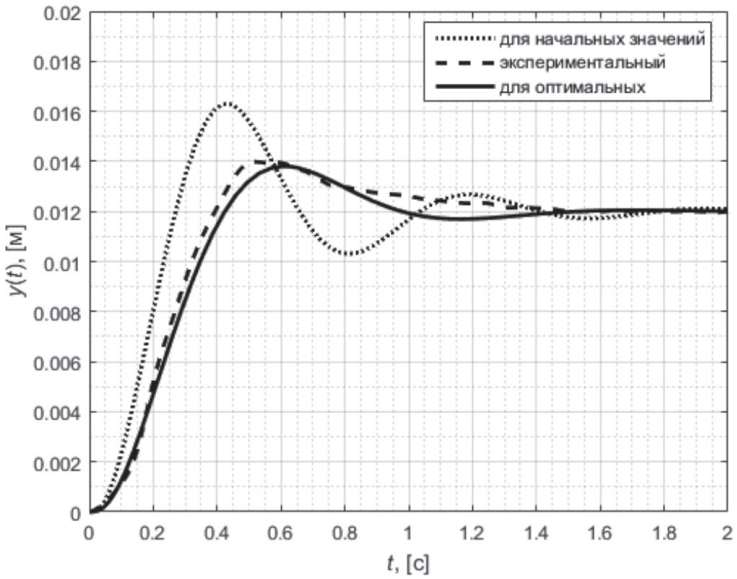
$$\mathbf{A}_{yQ}(P) = \mathbf{A}_y^{-1}(P)\left(A_{гц}\mathbf{A}_{гд}(P)\mathbf{A}_{гу}(P,x_0,p_0)\right);\ \mathbf{A}_{yF}(P) = -\mathbf{A}_y^{-1}\mathbf{A}_{гд}(P);$$

$$\mathbf{A}_y(P) = \mathbf{I} + A_{гц}\mathbf{A}_{гд}(P)\mathbf{A}_{гу}(P,x_0,p_0)\left(K_{Qx}K_{ос}\mathbf{A}_{эгу}(P) + \mathbf{A}_{ос}(P)\right).$$

Тогда [3], функционал (1) примет вид

$$J\left(P,x_0,p_0\right)=\left[\int_0^T\left(y_{\text{экс}}\left(t\right)-y\left(t,P,x_0,p_0\right)\right)^2dt\right]^{\frac{1}{2}}=$$

$$=\left[\left(\mathbf{C}^{y_{\text{экс}}}-\mathbf{C}^{y}\left(P,x_0,p_0\right)\right)^T\cdot\left(\mathbf{C}^{y_{\text{экс}}}-\mathbf{C}^{y}\left(P,x_0,p_0\right)\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$



Графики выходного сигнала привода

Следовательно, задача определения числовых значений конструктивных параметров сводится к задаче условной оптимизации функционала (11) на множество допустимых значений параметров P.

Однако критерий $J(P, x_0, p_0)$ зависит от точки линеаризации расходно-перепадной характеристики распределителя x_0 и p_0. Как показано в [5], значения x_0 и p_0 можно уточнить на каждом шаге итерации поискового алгоритма методом последовательных приближений.

Изложенный выше подход использован для уточнения числовых значений некоторых параметров модели ЭГСП, представленной системой уравнений (6). Реакция привода на ступенчатое воздействие с конечным значением 10 В представлена на рисунке. В качестве уточняемых параметров привода рассматривались следующие: плотность рабочей жидкости ρ и модуль объёмной упругости E, которые зависят от марки используемой рабочей жидкости и количества растворенного в жидкости воздуха; коэффициенты вязкого трения $K_{\text{з}}^{\text{вт}}$ и $K_{\text{гц}}^{\text{вт}}$, существенно зависящие от температуры; коэффициенты $K_{\text{эмп}}$ и $K_{\text{мос}}$, зависящие от ряда параметров, не подлежащих измерению; коэффициент расхода щели золотникового распределителя μ, зависящего от геометрии щелей золотника и втулки (в справочной литературе задаётся в виде диапазона значений). При решении поставленной задачи использовался базис блочно-импульсных функций с удержанием 200 элементов, время расчёта составило порядка одной минуты при решении задачи на компьютере на базе процессора CPU Intel Core i3 2.10GHz, RAM 4.0 GB. Алгоритм реализован в системе MATLAB® (The MathWorks Inc.) версии 8.6 (R2015b). На рисунке представлены графики выходного сигнала привода для начальных (справочных) значений уточняемых параметров и для найденных оптимальных значений.

Заключение

Применение проекционных методов позволило свести задачу определения оптимальных числовых значений параметров ЭГСП с учётом влияния характеристики насоса к задаче условной оптимизации на множестве допустимых значений искомых

(уточняемых) параметров. Переход от исходной модели привода, представленной системой дифференциальных уравнений (8), к операторной форме записи (11) значительно упрощает расчёт целевой функции (1). Эффективность построенного алгоритма подтверждена результатами решения задачи уточнения числовых значений некоторых параметров привода на основе экспериментальных данных. Предложенный подход также может быть использован для решения задач синтеза или параметрической идентификации целого класса нелинейных систем управления и объектов, к которым относится электрогидравлический следящий привод.

Список литературы

1. Гамынин Н.С. Гидравлический привод систем управления. – М.: Машиностроение, 1972. – 376 с.

2. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Под ред. Т.М. Башта. – М.: Альянс, 2011. – 424 с.

3. Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 664 с.

4. Методы инженерного синтеза сложных систем управления: аналитический аппарат, алгоритмы приложения в технике. В двух частях / под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2012.

5. Со Нэй Лин Аунг, Акименко Д.А. Проекционный метод анализа электрогидравлического следящего привода с учётом характеристики насоса // Фундаментальные исследования. – 2017. – № 2. – С. 87–92.